

第 11 回 実験計画法

★ 教材「生物統計学__因子と水準 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

A. 実験計画法

実験といってもいろいろある。農業、工業、医学、マーケティング調査などばらつきのあるデータ、すなわち実験を繰り返すと同じ結果が得られるというわけではない実験を行うときに実験計画法を利用する。したがって、ロケットの打ち上げ実験のように失敗するか成功するかしかないような実験や水素と酸素を合成して水を作るように必ず同じ結果となる実験は実験計画法の対象ではない。

実験計画法の対象である実験の 2 つの特徴

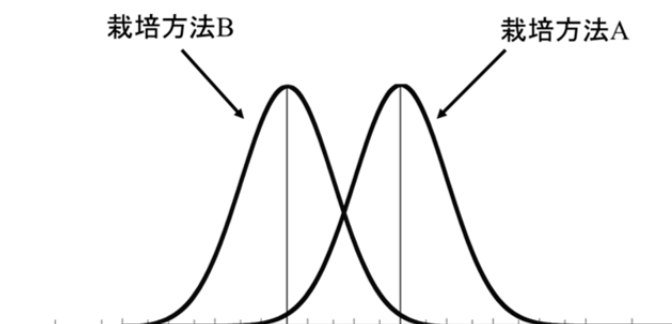
- ① いろいろな条件を人為的に設定して、その結果の比較を目的とする実験である。
- ② 同じ条件の下で実験を繰り返しても、結果（データで表される）はかならずしも一定ではなく、かなりのばらつきを示す。

例えば、水稻の栽培実験についてどんな条件を人為的に設定できるだろうか？

品種、土壌、移植方法（栽植密度、苗の種類、移植時期）、施肥（施肥量、施肥時期、肥料の種類）、病虫害管理（農薬など）、収穫（時期、方法）など多数の条件について、人為的に設定することが可能である。このうち実際に制御しなければならないものに絞り込んで、実験するのが一般的である。この場合、どのようにして、条件を絞り込んだらよいかを考える必要がある。

結果はどのようにばらつくか？

例えば、水稻の栽培実験で 2 つの栽培方法を比較しても、実験データには誤差がつきものなので、いつも同じ結果が出るとは限らない。それどころか平均すると栽培 A の方がよいとしても、あるときの実験ではたまたま栽培方法 B の方がよい結果が出ることもさえる



実験計画法はこのような特徴を持つ実験を対象にして、それから導かれる判断を的確にし、かつ一定の費用・労力の下で得られるべき情報量を最大にするための手法である。情報の質—目的に照らして適切な情報の種類—を決めるのは、その実験の目的とその分野での専門知識による。情報の量の方を取り扱う実験計画法でもその用いられる分野によって、個々の手法の用いられる割合、その結果の要約の仕方などに若干の違いが見られるが、しかし、基本的には一つの実験計画法として論じることができる。実験計画法では、①因子と水準の選び方と②誤差の制御（フィッシャーの三原則の利用）の 2 つの手法が大きな柱である。

B. 因子と水準の選び方

1. 因子と水準

一つの実験の結果の良否を判定するための特性値としては、作物の収量、製品の歩留まり、その品質特性を表す強度とか、ある成分の含有率などが取り上げられる。これらの特性値に影響を及ぼすと考えられる原因系を無数にふつうは考えることができる。これら多数の原因系の中で、当面の実験において、その条件を種々に変えて比較するものをとくに**因子 (factor)** とよび、その取る種々の条件を**水準 (level)** という。水準が量的な場合、その因子を**量的因子**といい、水準が質的な場合、その因子を**質的因子**という。

例：水稻の品種比較試験：因子－品種，3水準－コシヒカリ，ハナエチゼン，ヒノヒカリ

合成樹脂工場における実験：因子－成型温度，4水準－130，140，150，160℃

マーケティングにおける実験：因子－広告媒体，3水準－新聞折込み，テレビ，インターネット

さらに2つ以上の因子を組み合わせた実験も考えられる。

例：2因子の実験

水稻の品種と施肥の実験：因子－品種，施肥法

3因子の実験

水稻の品種と施肥と作期の実験：因子－品種，施肥法，作期

予習問題：

- ① トマトの糖度の向上させる実験をしたい。因子（質的因子と量的因子それぞれ）や水準を考えてみよう。

質的因子：

量的因子：

- ② ニワトリの産卵数を増やす実験をしたい。因子（質的因子と量的因子それぞれ）と水準を考えてみよう。

質的因子：

量的因子：

2. 因子の分類

特定の因子を実験に取り上げる目的およびその因子の性質に応じて、因子を次の 4 種に分類できる。

① () 因子

その**最適条件（水準）**を知るために取り上げる因子で、実験の場ではもとより、その結論を適用すべき（生産の）場においても、その条件を制御できるもの。制御因子は 1 つだけでもよいし、複数あってもかまわない。複数の制御因子を取り上げた場合、制御因子間に交互作用があることも多い。

例：

- 1) ニワトリの産卵数についての品種比較試験であれば、品種が制御因子になる。
- 2) 島根県で多収となる品種はどれかを定める 制御因子：品種
- 3) 多収となる品種とそれに適した作期を決める 制御因子：品種，作期
- 4) 多収となる品種とそれに適した作期・施肥量を決める 制御因子：品種，作期，施肥量

② () 因子

その最適条件を知ることは直接の目的ではないが、この因子の水準が異なると、他の（制御）因子の最適条件が変わるおそれがある（交互作用がある）ために実験に取り上げる因子であって、実験の場では制御されなければならないが、適用の場では必ずしも制御できない。

例 1：ニワトリの産卵数についての品種試験において、例えば、好適な気温では産卵数は多いが、夏の暑さに弱い品種があれば、気温が標示因子になることがある。飼育舎の温度をエアコンによって制御できなければならぬとすれば、気温と品種との交互作用があるために最適な品種は気温によって変わるから、気温についても因子として取り上げる必要がある。

例 2：島根県で多収となる品種はどれかを定める 制御因子：品種

この場合、作期や施肥方法が標示因子となるかもしれない。

作期は水の得られる時期（梅雨など）、水稻以外の作物（野菜、果樹、チャなど）の繁忙期などによって、左右され、かならずしも現場の農家では制御できない。施肥方法でも、琵琶湖など湖沼、河川の近くのために水質保全の理由から、多収になる施肥方法が認められないこともある。

このように制御因子に交互作用のある標示因子が何かは専門的知識だけでなく、現場への理解も必要となることも多い。

③ () 因子

実験の精度を高めるために、実験の場の局所管理に用いる因子で、その水準自身は特性値に若干の影響を与えるかもしれないが、他の（制御・標示）因子とは交互作用を持たないと考えられるもの。系統誤差のうち、重要なものをブロック因子に取り上げることも多い。そうすればフィッシャーの三原則によって、系統誤差をブロック間差として除去できる。

例：ニワトリの産卵数についての品種試験においては鶏舎の違いなどである。

例：水稻の品種試験においては圃場のムラなどである。

④ () 因子

制御因子や標示因子と交互作用を持つおそれがあるが、実験の場でも適用の場でも制御できない因子。なお層別因子は標示因子と区別しにくい場合もあるので、標示因子にまとめてしまうこともある。

例：水稻の品種試験では、年度、地域などの因子である。同じ品種でも年によって成績が違ふこともあるし、地域によっても成績が異なるであろう。しかし、年度や地域は制御できない上に、品種との交互作用が認められる。

予習問題

次の文章を読んで、どれが制御因子、標示因子、ブロック因子、層別因子かを考えよ。

湾内でカキの養殖をするための実験を考えよう。養殖業者として選択できるのは餌の種類と稚貝の採取場所の2つだとする。水産試験場ではさらにカキの種類を選べる。カキの種類と餌の種類には交互作用があるらしい。いかだを置く水深によって、カキの成長が異なるが、水深は他の要因との間に交互作用はない。なぜか年度によって、カキの成長は異なり、しかも稚貝の採取場所と交互作用がみられる。

制御因子

標示因子

ブロック因子

層別因子

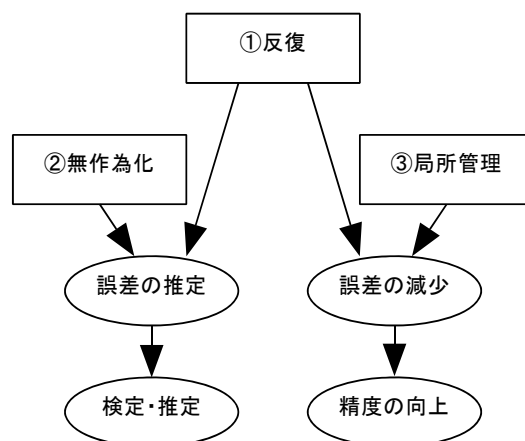
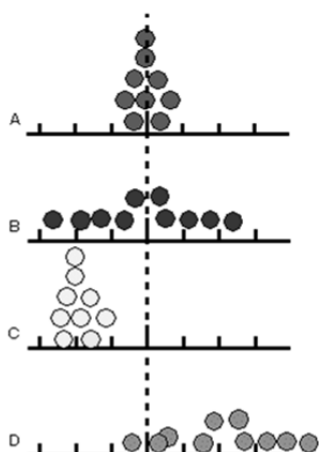
実験の時に扱う因子のうち、ふつうの実験では制御因子はかならず1つはあり、複数の制御因子がある場合も珍しくない。制御因子を決めたら、その制御因子と交互作用がある重要な標示因子があるならばそれを採用する方がよい。なおいくら目的に対して、影響が大きい因子であっても、制御因子と交互作用がほとんどなければ実験で取り上げる必要はない。例えば、トマトの糖度に窒素肥料が重要だとわかっているが、品種と窒素肥料の間に交互作用がないならば、制御因子として品種のみを取り上げた実験では窒素肥料を標示因子として取り上げる必要はない。

★ 教材「生物統計学__完全無作為化法と乱塊法 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

C. 実験計画法

1. 系統誤差にどのように対処するか？

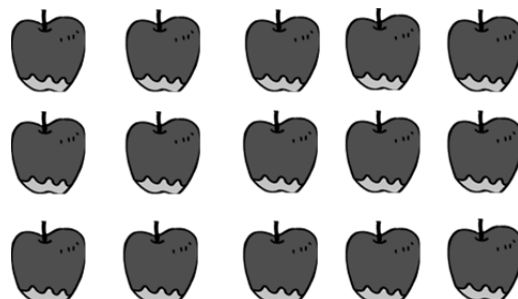
前回の授業でも学んだように左図のような測定結果が得られた場合、大きな系統誤差を含むBとDの場合は、系統誤差のために測定回数を増やしても真の値には近づかない。統計解析では系統誤差を実験の処理による効果と見分けることができないので、系統誤差に対して、適切に対処しないと実験結果を正しく解釈できない。そこで、フィッシャーの三原則のうち、無作為化と局所管理によってこのような系統誤差に対して適切に対応する必要がある。



2. 無作為化とは？

無作為化とはランダム（無作為）に実験の処理を割り付けることである。一見、簡単そうに思える無作為化であるけれども、実はそんなに簡単なことではない。

例えばりんご 15 個を 5 つにわけて、3 段階の温度処理×5 反復の実験をして、温度がエチレン発生量に及ぼす影響を調べる実験を計画するとしよう。



りんごによって、重さ、大きさ、果皮の色、熟度などいろいろな要因が異なっている。それらはエチレン発生量を変化させる要因になるかもしれないから、エチレン発生量の系統誤差の原因となる。しかし、重さ、大きさを完全に揃えたりんごを準備することは不可能なので、重さ、大きさが少しは異なるりんごを 15 個集めて実験するしかない。この場合、重さや大きさのちがいによる系統誤差は無作為化によって、偶然誤差に転化しないと、統計解析できない。

ではりんごを適当にとって、3 つの温度処理に分ければよいと思うかもしれない。しかし、人間の無意識の好みによって、先に大きいりんごを、あるいは赤いりんごを、あるいは軽いりんごを取る人がいるかもしれない。適当に取れば無作為化するとは限らない。したがって、乱数表を使う、エクセルの乱数関数（=randbetween あるいは=rand）を使うなどの方法でりんごを無作為化しなければならない。

りんごを 3 つの処理に分ける方法

★ =randbetween 関数を使う方法

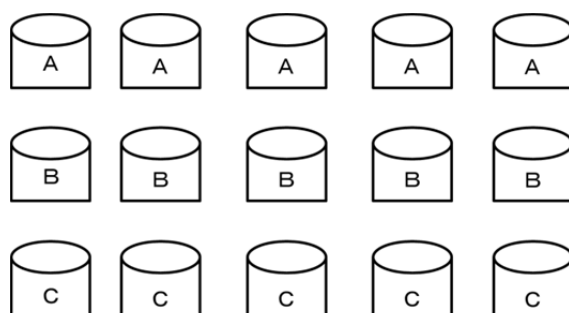
=randbetween 関数は=randbetween(a,b)とすると整数 a 以上整数 b 以下の数値を a から b のどの整数も同じ確率でランダムに出力する。

20℃区を 1, 25℃区を 2, 30℃区を 3 と決める。=randbetween(1,3)とすると 1,2,3 の 3 つの数字のどれかをランダムに出力する。りんごをそうして各処理に割り付ける。なお先にどれかの処理に 5 つの処理が当たれば、それ以降はいっぱいになった数字は無視して飛ばしてやればよい。

ほかに=rand 関数, =rank 関数, =mod 関数を組み合わせる方法もある（生物統計学授業用エクセルファイルに例がある）。

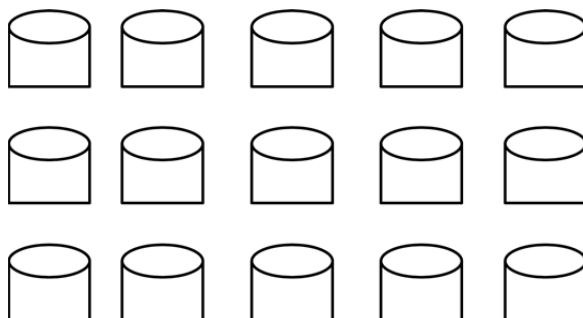
予習問題

ポット実験で A, B, C 3 つのイネの品種をポットに移植し、ガラス温室内で実験することを考えてみよう。この場合、ポットによって、大きさ、土の養分なども微妙に異なる。しかもポットを置く場所によって、ガラス室内における日当たり、風、温度のむら、ばらつきも系統誤差の原因となる。したがって、どのポットに植えるかをランダムに決めなければならない。



しかし、調査が面倒だからと上の図のように品種を整然と並べる研究者はけっこういる。しかし、このような並べ方をすると系統誤差を無作為化できない。ガラス室の場所による違い（日当たり、風、温度のむら）などが系統誤差を引き起こすからである。このようなむらを減らす方法として、定期的にポットをローテーションして移動する方法もある。しかし、まずは無作為化が基本である。無作為化した上でポットを規則的にローテーション移動する（一種の局所管理）とさらに系統誤差は小さくなる。

それでは予習問題として、ポットに 3 つの品種, A, B, C をランダムに割り振ってみよう。



3. 完全無作為化法から乱塊法へ

12 頭の子豚（体重順に 1～12 番）に 3 種類（A, B, C）の餌を与える処理について、フィッシャーの三原則を適用してみよう。完全無作為化法では 12 頭にランダムに A, B, C を割り当てる。例えば下の表のようになったとする。

豚番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
乱数	5	3	1	12	7	2	9	8	4	6	11	10
処理	B	A	A	C	B	A	C	B	A	B	C	C

このような完全無作為化法で得られたデータは一元配置の分散分析で処理間に差があるのかを検定できる。（完全無作為化法による二元配置も可能である）。さきほどりんごやガラス室のポットに処理を配置した方法も完全無作為化法によるものである。

しかし、事前に子豚の体重がわかっており、さらに餌の効果は体重によって異なることもわかっているなら、体重の近いものを 1 つにまとめて、そのブロック内で A, B, C を 1 つずつ割り当てると精度が向上する。すなわち体重順にブロック 1（1～3）、ブロック 2（4～6）、ブロック 3（7～9）、ブロック 4（10～12）とし、各ブロック内ではランダムに A, B, C を割り当てる。

ブロック	1			2			3			4		
豚番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
乱数	3	2	1	2	1	3	1	2	3	3	1	2
処理	C	B	A	B	A	C	A	B	C	C	A	B

このように局所管理された（ここでは体重をなるべく同じになるように局所管理した）ブロックを作り、ブロック因子以外の系統誤差を偶然誤差に転化するためにブロック内では無作為に配置する方法を乱塊法という。

実験配置の例

品種 A～E の水稲品種試験, 3 反復

E	A	B	D	B
---	---	---	---	---

E	C	D	E	C
---	---	---	---	---

D	A	C	A	B
---	---	---	---	---

ブロック 1～3, 品種 A～E の水稲品種試験

1	B	C	D	A	E
---	---	---	---	---	---

ブロック 2	D	E	B	A	C
--------	---	---	---	---	---

3	A	E	C	D	B
---	---	---	---	---	---

↑
地力の高低

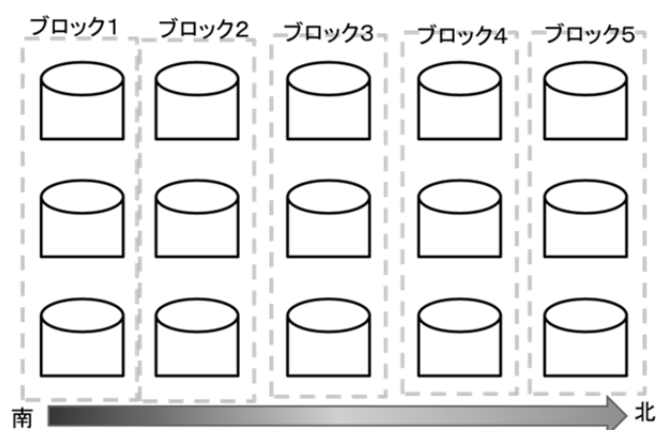
位置の違い(空間的差異)がブロックになる場合

乱塊法の例：水稲の品種試験（左：完全無作為化法，右：乱塊法）

予習問題

先ほどのポット実験で A, B, C 3 つのイネの品種をポットに移植し、ガラス温室内で実験することを考えてみよう。ガラス室は南北に長く、ポットを置くと、南北で生育にむらがあることがわかっているとしたら、南北にブロック化したら、系統誤差をブロック間差として消去できるようになる。

それでは予習問題として、ポットに 3 つの品種, A, B, C を乱塊法に基づいて割り振ってみよう。



4. 乱塊法での分散分析

乱塊法での分散分析は二元配置と同じように行える。二元配置の因子の一つがブロック因子である（残りひとつは制御因子）と考えればよい。ただし、ブロック因子は制御因子や標示因子と交互作用があってはいけない。もしそのような因子をブロック因子としたならば、その因子は標示因子あるいは層別因子として実験をやり直すべきである。

次の 5 品種の水稻の収量実験 (kg/10a) について、乱塊法での分散分析を行う。

処理	ブロック					
品種	I	II	III	IV	合計	平均
A	725	650	682.5	662.5	2720	680
B	680	642.5	670	677.5	2670	667.5
C	710	652.5	590	637.5	2590	647.5
D	545	487.5	565	532.5	2130	532.5
E	515	430	392.5	502.5	1840	460
合計	3175	2862.5	2900	3012.5	11950	
平均	635	572.5	580	602.5		597.5

もし乱塊法を採用しないで、単に一元配置の分散分析を行うと

分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	割された分散	P-値	F 境界値
グループ間	17201.2	4	4300.3	2.581471	0.079846	3.055568
グループ内	24987.5	15	1665.833			
合計	42188.7	19				

p 値は 0.080 となって処理の効果が 5%の有意水準では認められなかった。

しかし、乱塊法であるので、繰り返しのない二元配置の分散分析をすれば以下のような結果となる。

分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	割された分散	P-値	F 境界値
行	11812.5	3	3937.5	3.586338	0.046571	3.490295
列	17201.2	4	4300.3	3.916782	0.029277	3.259167
誤差	13175	12	1097.917			
合計	42188.7	19				

分散分析の結果から、品種（列）の p 値は 0.029 なので、処理間に 5%の有意水準で有意差が認められた。さらに行であるブロック間にも 5%の有意水準で有意差があったので、ブロックにすることで実験の系統誤差をブロック間の差として、誤差から除去でき、実験精度が向上したことがわかる。

★ 教材「生物統計学__ラテン方格法 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

5. ラテン方格法 2つのブロック因子があった場合

考慮すべきブロック因子が2つあった場合はラテン方格法によってブロック因子を制御因子の各水準に均等に割り当てることができる。

例えば、右の例では5種類の入浴剤（A～E）の効果テストを5人の被験者（1～5）で5種類の浴槽（B1～B5）について行ったものである。こうすると5種類の入浴剤はそれぞれ各被験者、各浴槽に1つずつ割り当てられるので被験者や浴槽の差がなくなると考えられる。さらにブロック内では無作為に配置することで、その他の未知の系統誤差を偶然誤差に転化できる。

		浴槽(ブロック)				
		B1	B2	B3	B4	B5
被験者 (ブロック)	1	A	E	C	D	B
	2	E	C	A	B	D
	3	B	D	E	C	A
	4	D	A	B	E	C
	5	C	B	D	A	E

6. ラテン方格法の実際

① ラテン方格法での実験配置

ラテン方格法では処理の水準と同じ数だけのブロックの水準をそれぞれ必要とする。例えば、入浴剤の例では入浴剤が3種類、すなわち3水準の処理であれば、被験者のブロックも浴槽のブロックも3水準が必要である。そして、考えつく限りのラテン方格からランダムに1つのラテン方格を選んで実験を配置する。

しかし、実際には2×2のラテン方格は2つしかないのに対し、5×5になると161280個もあるから、下のように標準方格を1つ書き出し、その列と行をそれぞれ無作為化して、入れ替えることによって、ランダムなラテン方格を選ぶ。

	1	2	3	4	5		5	1	4	2	3		5	1	4	2	3
1	A	B	C	D	E	1	E	A	D	B	C	3	B	C	A	D	E
2	B	C	D	E	A	2	A	B	E	C	D	1	E	A	D	B	C
3	C	D	E	A	B	3	B	C	A	D	E	5	D	E	C	A	B
4	D	E	A	B	C	4	C	D	B	E	A	2	A	B	E	C	D
5	E	A	B	C	D	5	D	E	C	A	B	4	C	D	B	E	A

標準方格 → 列の無作為化 → 行の無作為化

② ラテン方格法での分散分析

先述した入浴剤の効果の試験について、ラテン方格法で実施し、右のようなデータを得たとしよう。

		浴槽(列)					行計
		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
被験者 (行)	C ₁	D 4	B 2	A -4	E -2	C 5	5
	C ₂	A 0	C 1	E 0	B -3	D -2	-4
	C ₃	E 5	D -1	C 3	A -5	B 3	5
	C ₄	B 6	E 3	D -1	C 3	A -3	8
	C ₅	C -1	A -2	B 1	D 0	E 2	0
列計		14	3	-1	-7	5	14
処理名		A	B	C	D	E	
処理計		-14	9	11	0	8	14
処理平均		-2.8	1.8	2.2	0	1.6	0.56

2 元配置の分散分析に比べて、ラテン方格法では 3 元配置になるので、計算は面倒になる。しかし、原理的なものは変わらないので、説明は省く（エクセルでは 3 元配置の分散分析はできないのでほかのソフトで統計解析する）。上のデータから次のような分散分析表を得る。

変動因	自由度	平方和	分散 (平均平方)	分散比 F 値	有意確率 P 値
全体	24	214.16			
処理	4	84.56	21.14	4.01*	0.027
ブロック(浴槽)	4	48.16	12.04	2.28	0.12
ブロック(被験者)	4	18.86	4.54	0.861	0.515
誤差	12	63.28	5.27		

分散分析の結果から入浴剤間には有意水準 5 % で有意差があると判定できた。さらに浴槽のブロックは 5 % 水準では有意差はなかったが、誤差よりも大きな分散であり、浴槽をブロックにして、誤差を減少できたことがわかる。一方、被験者のブロックによる変動は誤差と同じくらいの大きさしかなく、被験者の違いはブロック因子にするほどの変動をもたらすものではないことがわかった。つまり被験者の違いによる系統誤差は実験の誤差とほとんど変わらないので、ラテン方格法にする必要はなかったといえる。

7. ラテン方格法の特徴と問題点

① 実験の規模が大きくなりやすい

ラテン方格法では制御因子の数だけ行と列のブロックが必要になるので、制御因子が 5 水準だと 5 × 5 のラテン方格が必要となり、25 もの区を実験しなければならなくなる。制御因子が 6 水準だと 36 である。このような数をこなすことは大変なので、一部だけを行う方法も存在する。

- ② ラテン方格ではデータが欠けると分散分析の精度にかなり影響する。
③ 制御因子の水準数が少ないラテン方格法は検出力の点でそれほど有利ではない

ラテン方格法では列と行の 2 つのブロック因子に自由度をさくので、誤差の自由度が小さくなり、F 検定での検出力が小さくなる。したがって、制御因子の水準数が 4 以上ある方がよい。

★ ラテン方格法の実例

最後にラテン方格法を実際に使ったほうがよい例をあげる。

4 種類の水を飲み比べる実験を考えよう。

4 人のパネラーに水を飲んでもらうとして、水 A、水 B、水 C、水 D をどういう順番で飲んでもらうとよいか？右にある 2 つの実験配置のどちらがよいか？

実は水を飲む順番も実はとても大切である。右の 2 つはどちらも水 A のあとにほとんどの場合水 B が来るなど水を飲む順序が無作為にな

っていない。したがって、パネラー（A さん、B さん、C さん、D さん）も水を飲む順序も 2 つともブロック化しないとまずいことになる。こういう場合はラテン方格法を利用できる。

ラテン方格法による配置の例が下の通りである。

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目
A さん	水 A	水 B	水 C	水 D
B さん	水 A	水 B	水 C	水 D
C さん	水 A	水 B	水 C	水 D
D さん	水 A	水 B	水 C	水 D

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目
A さん	水 A	水 B	水 C	水 D
B さん	水 D	水 A	水 B	水 C
C さん	水 C	水 D	水 A	水 B
D さん	水 B	水 C	水 D	水 A

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目
A さん	水 D	水 C	水 B	水 A
B さん	水 B	水 A	水 D	水 C
C さん	水 A	水 D	水 C	水 B
水 C	水 C	水 B	水 A	水 D

8. 系統誤差と無作為化・局所管理

- ① 系統誤差の原因をすべて把握し、除去することは不可能なので、無作為化はどんなときでもかならずしなければならない。
② 系統誤差の原因がしられているならば局所管理でかなりの程度除去することができる。しかし、複数の系統誤差の原因があるときはそのうちいちばん誤差の大きくなるものを乱塊法であるいは 2 つをラテン方格法で除去する。
③ ②の局所管理で除去しない系統誤差は無作為化で偶然誤差に転化する。

E. 宿題

宿題は <https://moodle.cerd.shimane-u.ac.jp/moodle/> を見てください。