

第 12 回 分散分析その 3 交互作用の解析・フィッシャーの三原則

★ 教材「生物統計学__交互作用をグラフから見抜く 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

A. 交互作用の解析

1. 交互作用をグラフから見抜く

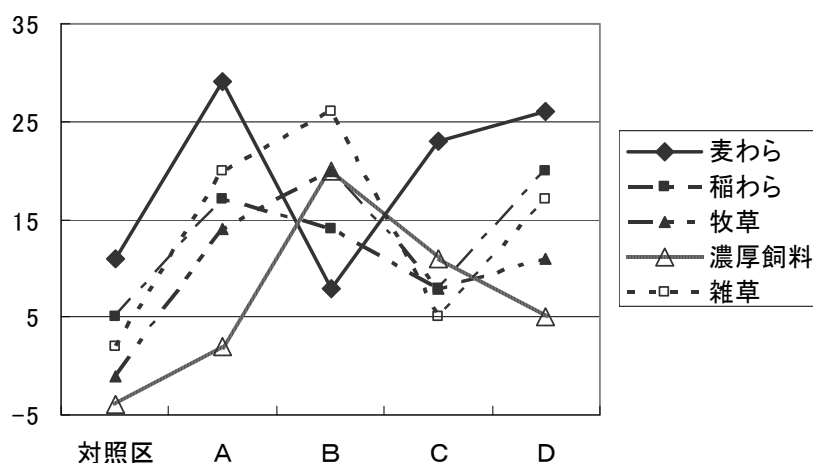
ヤギに与えると成長がよくなるという5種類の薬品(対照区を含む)とふだんの餌5種類との二元配置の分散分析					
	麦わら	稲わら	牧草	濃厚飼料	雑草
対照区	11	5	-1	-4	2
A	29	17	14	2	20
B	8	14	20	20	26
C	23	8	8	11	5
D	26	20	11	5	17

分散分析: 繰り返しのない二元配置				
概要	標本数	合計	平均	分散
対照区	5	13	2.6	33.3
A	5	82	16.4	96.3
B	5	88	17.6	46.8
C	5	55	11	49.5
D	5	79	15.8	65.7
麦わら	5	97	19.4	87.3
稲わら	5	64	12.8	38.7
牧草	5	52	10.4	60.3
濃厚飼料	5	34	6.8	83.7
雑草	5	70	14	103.5

分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
行	761.04	4	190.26	4.15324165	0.017033	3.006917
列	433.44	4	108.36	2.365422397	0.096597	3.006917
誤差	732.96	16	45.81			
合計	1927.44	24				

前回の授業で取り上げた上のデータでは、繰り返しのない二元配置の分散分析の結果、行（薬の種類）の p-値は 0.017 なので、薬の効果は 5%の有意水準で有意である。すなわち薬の効果が認められた。列（餌の種類）の p-値は 0.097 なので、餌の効果は 5%の有意水準で有意でない。すなわちえさの効果は認められなかった。

繰り返しのない二元配置では交互作用の大きさは検出できない。しかしグラフを書いてみると交互作用がありそうかどうかはわかる。



★ グラフの書き方

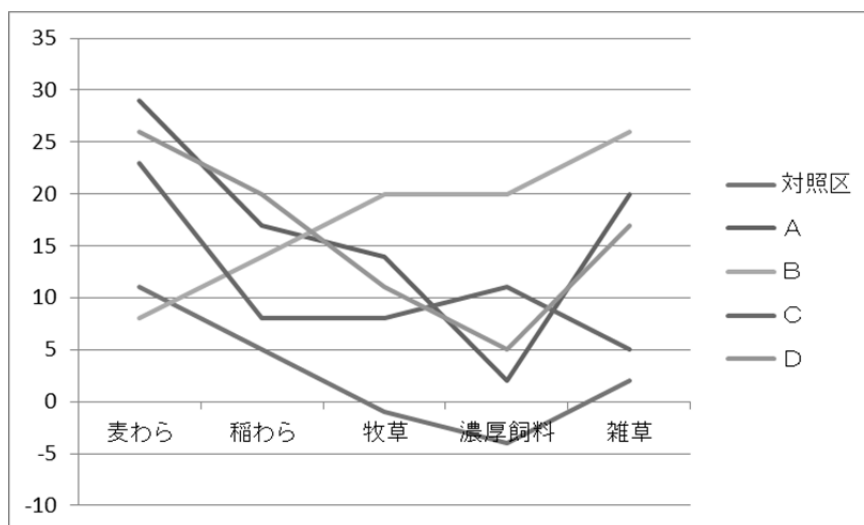
- ① グラフにしたいデータを選択する. このときラベルも選択したほうがよい.

ヤギに与えると成長がよくなるという5種類の薬品(対照区を含む)とふだんの餌5種類との二元配置の分散分析						
	麦わら	稲わら	牧草	濃厚飼料	雑草	
対照区	11	5	-1	-4	2	
A	29	17	14	2	20	
B	8	14	20	20	26	
C	23	8	8	11	5	
D	26	20	11	5	17	

- ② 折れ線グラフを選択する.

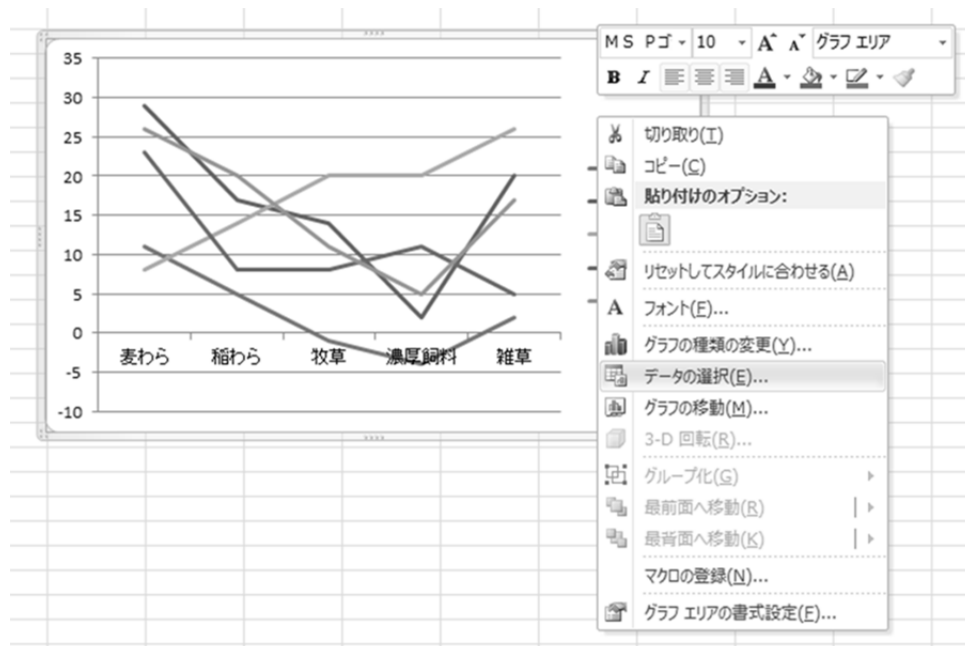


- ③ グラフができる.

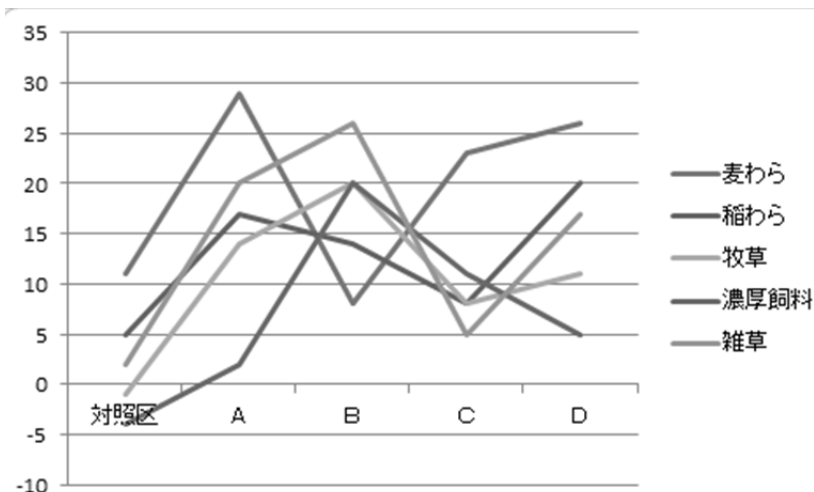


④ 必要に応じて加工する

A. x 軸, y 軸を入れ替える グラフを右クリックして, メニューからデータの選択を選ぶ



行/列の切り替えをクリックすると x 軸, y 軸を入れ替わる

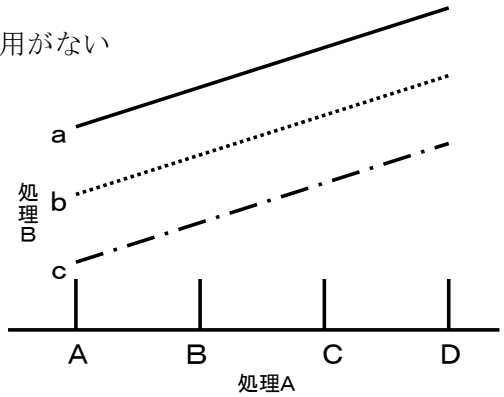


予習問題

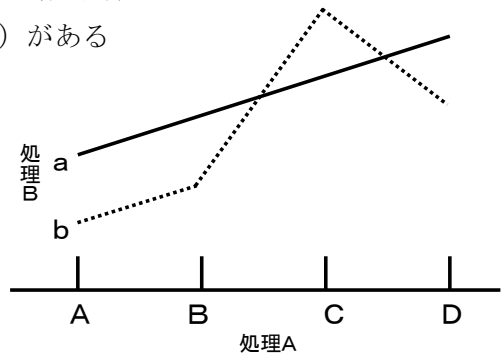
以下の 4 種類のデータは交互作用があるのか、ないのか、あるとしたらどんな交互作用なのかをグラフを書いて考え、当てはまる交互作用のタイプとデータを点で結びなさい。実験データなので、多少の誤差はあることも考慮しなさい。

データ1	a	b	c	
A	12	17	20	
B	7	13	21	●
C	0	10	19	
データ2	a	b	c	
A	10	15	20	
B	5	11	15	●
C	0	4	11	
データ3	a	b	c	
A	10	15	21	
B	5	18	9	●
C	1	4	11	
データ4	a	b	c	
A	6	15	22	
B	5	11	16	●
C	4	7	11	

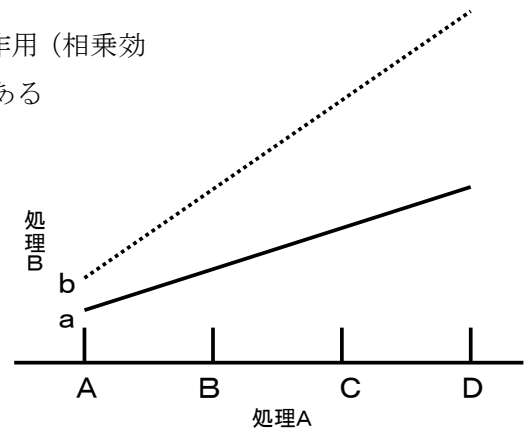
• 交互作用がない



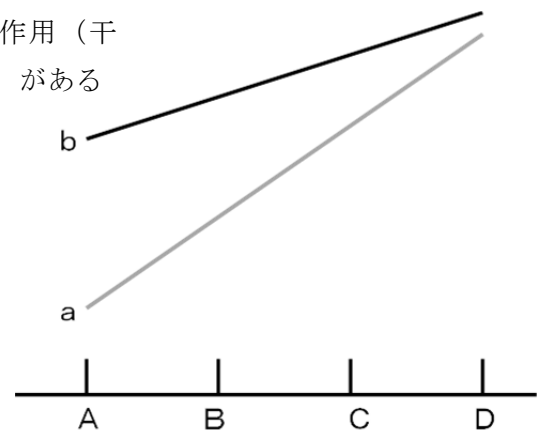
• 交互作用（組み合わせの妙）がある



• 交互作用（相乗効果）がある



• 交互作用（干渉効果）がある



★ 教材「生物統計学_交互作用を評価する 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

2. 繰り返しのある二元配置による交互作用の解釈

ここまでに取り上げたヤギの実験は実は以下のように2反復のデータがあったのに、2反復の平均だけを使って、分散分析をしたものである。実際のデータは以下の通りである。

ヤギに与えると成長がよくなるという5種類の薬品(対照区を含む)と ふだんの餌5種類との二元配置の分散分析						
	麦わら	稲わら	牧草	濃厚飼料	雑草	
対照区	5	4	0	-8	4	
	17	6	-2	0	0	
A	20	10	11	4	16	
	38	24	17	0	24	
B	10	13	22	15	19	
	6	15	18	25	33	
C	19	9	8	9	8	
	27	7	8	13	2	
D	29	15	10	-1	15	
	23	25	12	11	19	

前回の授業でも取り上げたように、検定結果は標本（薬の種類）の p -値は 1.66×10^{-5} なので、薬の効果は5%の有意水準で有意である。したがって、薬の効果がある。列（餌の種類）の p -値は 0.001 なので、餌の効果は5%の有意水準で有意である。したがって、餌の効果がある。標本と列の間、すなわち薬の効果と餌の効果の間の交互作用は、 p -値が 0.010 なので、5%の有意水準で有意である。したがって、交互作用がある。

このことから交互作用があるときに、交互作用を検出できない繰り返しのない二元配置の分散分析を行うと検出力が著しく低下することがわかる。これは繰り返しのない二元配置では誤差と交互作用を分けることができないために、交互作用を誤差に含めているためである。

グラフを書いて、交互作用があるかないかを見積もっておくことは大切なことである。

繰り返しのある二元配置についてグラフを書くときは平均を使って、グラフを書く。分散分析のあとに平均のところだけをコピーしてグラフを書くのが簡単である。

分散分析: 繰り返しのある二元配置						
概要	麦わら	稲わら	牧草	濃厚飼料	雑草	合計
対照区						
標本数	2	2	2	2	2	10
合計	22	10	-2	-8	4	26
平均	11	5	-1	-4	2	2.6
分散	72	2	2	32	8	42.48889
A						
標本数	2	2	2	2	2	10
合計	58	34	28	4	40	164
平均	29	17	14	2	20	16.4
分散	162	98	18	8	32	120.9333
B						
標本数	2	2	2	2	2	10
合計	16	28	40	40	52	176
平均	8	14	20	20	26	17.6
分散	8	2	8	50	98	60.04444
C						
標本数	2	2	2	2	2	10
合計	46	16	16	22	10	110
平均	23	8	8	11	5	11
分散	32	2	0	8	18	50.66667
D						
標本数	2	2	2	2	2	10
合計	52	40	22	10	34	158
平均	26	20	11	5	17	15.8
分散	18	50	2	72	8	75.06667
合計						
標本数	10	10	10	10	10	
合計	194	128	104	68	140	
平均	19.4	12.8	10.4	6.8	14	
分散	110.0444	51.51111	56.93333	93.28889	110.2222	
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	割られた分散	P-値	F 境界値
標本	1522.08	4	380.52	11.74444	1.66E-05	2.75871
列	866.88	4	216.72	6.688889	0.000837	2.75871
交互作用	1465.92	16	91.62	2.827778	0.009702	2.069088
繰り返し誤差	810	25	32.4			
合計	4664.88	49				

3. 交互作用のあるときの解釈

主効果を考察する前に交互作用が有意であるかを確認しておく必要がある．交互作用がある場合には，主効果を単独で議論することができないことがあるからである．

交互作用のないときは主効果それぞれを別々に論じて問題がない．例えば今回説明した，薬とえさを組み合わせた実験の場合，もし交互作用が有意でなければ，薬だけをみて，薬Bが最もよいと結論しても問題ないし，えさだけを見て麦わらが最もよいと結論しても問題ない．

もし交互作用があるときは，えさだけを見て麦わらが最もよいと判断するのは問題である．薬とえさの組み合わせの妙があるのか，相乗効果があるのか，あるいは干渉効果があるのかはグラフを書いて判断するのがよい．グラフをみると麦わらは薬Bとは相性が悪いことがわかる．しかも薬Bは平均だけみるといちばんよく効く薬でもある．

交互作用が検出されたときは交互作用の分散を主効果の分散と比較する．交互作用の分散が主効果と同じくらいに大きい場合は主効果を単独で論じるのはほとんど無意味である．多重比較をやる意味はほとんどない．一方，交互作用が有意であっても，主効果の分散が交互作用の分散よりもかなり大きければ，主効果単独の効果を論じてかまわない．ヤギの例では薬の効果の分散 380.52 と交互作用の分散 91.62 よりかなり大きいので，薬単独の効果を論じることも可能である．多重比較をやってもかまわない．

予習問題.

ある早春に花が咲く花木をすこしでも早く咲かせようとして，3種類の薬剤処理（薬剤A，薬剤B，薬剤C）と開始時期の異なる低温処理を組み合わせる実験したところ，右の結果を得た．結果は平年の開花日に比べて何日早く咲いたかという日数で表し，各処理3反復である．

	薬剤A	薬剤B	薬剤C
9月開始	14	13	8
	20	18	12
	16	10	11
10月開始	11	22	6
	15	15	-3
	6	18	3
11月開始	16	5	8
	9	10	-2
	12	6	3

① 帰無仮説と対立仮説を立て，有意水準を 5% として，分散分析せよ．

帰無仮説

1)

2)

3)

対立仮説

1)

2)

3)

p 値 1) 2) 3)

検定結果

1)

2)

3)

② 交互作用が検出された場合は、どのような交互作用があるのかを検討するためのグラフを書け.

③ ②のグラフをみて交互作用を検討せよ.

- ☐ 交互作用はない
- ☐ 薬剤 () と低温処理開始時期 () 月開始の間に組み合わせの妙がみられた.
- ☐ 交互作用 (相乗効果) がみられた
- ☐ 交互作用 (干渉効果) がみられた

④ 交互作用が有意であった場合、交互作用の分散について評価せよ.

標本(低温処理開始時期)の分散は()と交互作用の分散()に比べて(十分に大きい・ほぼ同じくらいである・十分に小さい).したがって、主効果を(単独に評価してもよい・単独に評価はできない).

一方、列(薬剤の種類)の分散()は交互作用の分散()に比べて(十分に大きい・ほぼ同じくらいである・十分に小さい).したがって、主効果を(単独に評価してもよい・単独に評価はできない).

⑤ 次のかっこに入る薬剤名を書きなさい.

この実験で薬剤()を使わなければ、交互作用は検出されなかった.

★ 教材「生物統計学__誤差とその制御 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

B. 誤差の制御

1. 誤差の見積もりと制御

誤差を含んだ実験結果から、誤差を評価し、かつ総変動からできるだけ多くの情報を区別し、取り出すために分散分析を利用する. 分散分析では

総変動 = 主効果による変動 + 交互作用による変動 + 誤差変動
にわけることができる.

分散分析では採用した因子の効果の有無を誤差変動の大きさに対して比較することによってF検定するから誤差を小さくできれば、検出力が高まる.

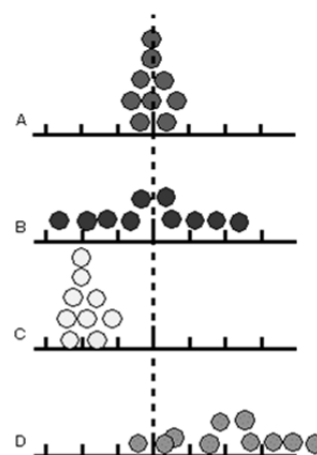
① 誤差の種類

() 誤差

方向性のない誤差であり，データの精密さに関わる誤差である．

() 誤差

方向性のある誤差であり，データのかたよりに関わる誤差である．



右の図は4人（A，B，C，D）が10回ある試料を分析した結果である．縦の点線が真の値である．もっともよい分析を行ったのは（ ）であり，かたよりもなく，精密さも高い．ではBとCのどちらがよい分析をしたといえるだろうか？分析値の平均が真の値に近い点では（ ）の方が，分析値のばらつきが小さい点では（ ）の方が優れている．もし分析をいくらでも行うことができるならば（ ）の平均値の方がしだいに真の値に近づくであろう．もし何らかの方法で系統誤差を消去できれば（ ）の方が少ない実験回数で真の値に近い測定値を得られると考えられる．すなわち偶然誤差は実験回数を多くすれば，（大きくなる，変わらない，小さくなる）のに対し，系統誤差は実験回数を多くすれば，（大きくなる，変わらない，小さくなる）．

精密さは偶然誤差を，かたよりは系統誤差を表し，正確さは真の値への近さであり，この2つの誤差の両方がふつう関与する．

② どんな系統誤差があるだろうか？

測定結果に大きな影響を及ぼす系統誤差にはどんなものがあるだろうか？

時間的な系統誤差

そば屋の客数（曜日による変動）

光合成の測定 いつも同じ順番で測定すると・・・

空間的な系統誤差

日当たりのよさ，土壤の地力むらや湿りぐあいのむら

測定する個人の差

大きめに数値を読む人，小さめに数値を読む人

測定対象自体の個体差

数頭の牛に飼料実験を行う場合，体重，健康の程度などで系統的な誤差が生じる．

③ 系統誤差をできるだけ小さくする

原因がわかっている場合 系統誤差を除去する ブランクテスト，標準試料

局所管理 系統誤差をブロック間差として除去する

無作為化 偶然誤差に転化する

原因がわからない場合 無作為化 偶然誤差に転化する

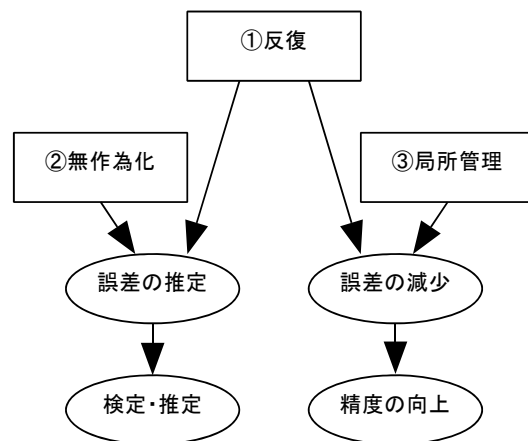
★ 教材「生物統計学__フィッシャーの三原則 2013」を予習しながら空所を埋めておくこと

2. 実験配置の三原則（フィッシャーの三原則）

実験にともなう「誤差」を評価し、かつ実験の精度を上げるために R. A. フィッシャーは次の三原則を満足するように実験を計画しなければならないと提案した。

- ① 反復
- ② 無作為化
- ③ 局所管理

右の図のように、反復によって、誤差の推定と誤差の減少ができる。無作為化によって誤差の推定ができる。局所管理によって誤差の減少ができる。誤差の推定は統計的推定や検定では必須の条件である。誤差の減少は統計的推定や検定の精度を高める。したがって、反復と無作為化は実験には必須であり、局所管理も精度の向上のためには行うことが望ましい。



① 反復

誤差を評価するためには 1 回だけの実験では不可能である。2 回以上の実験をしなければ誤差の評価はできない。さらに反復の回数を増やせば、誤差をより正確に評価できるだけでなく、誤差自体を小さくすることができる。

しかし、反復数を多くすればするほどよいとは限らない。同じ条件で繰り返した実験でないから、多数の実験を同じ条件ですることは困難になる。工業製品では同じ条件で多数の製品を作ることでもできようが、農業では同じ条件をそろえること自体がなかなか難しい。したがって、現実的には反復数には限度がある。どのぐらいの反復数がよいかは、必要とする実験の精度によって決まるから一概にはいえない。一般には誤差の自由度は 6~20 が適当とされる。(誤差の自由度とは分散分析における誤差の自由度のことである)。

反復とは実験を繰り返すことなので、実験を繰り返したとは認められないものは反復とはいえない。例えば、同じポットに植わっている 5 つの植物を 5 反復とするのは間違いである。反復は実験を繰り返すことによって得られるから、反復 1 の実験と反復 2 の実験とは独立しているはずであり、同じポットに植わっている植物はそれぞれに影響し合うから反復とはみなせない。さらに植物は複数あるけれども、それが植わっている土壌は 1 つしかない。判断が分かれるのは同じ 1 室の人工気象室に 5 つのポットを入れた場合、これを反復と見なすかである。アメリカでは同じ 1 室の人工気象室にポットを複数入れても反復とは見なさないのがふつうであり、ヨーロッパはそこまで厳しくない傾向にある（日本はもっと甘い）。

圃場で実験を繰り返す場合、いくらか離れた田畑を複数用意して、反復とするのがふつうである。しかし、圃場実験できちんとした結論を出すためには少なくとも 2 年度以上、実験するべきであると考えられている。この場合、同じ年度で複数の田畑の実験で行った実験の反復は田畑の数であり、年度の違いは次回学ぶ層別因子という扱いとする。

② 無作為化

実験の場合は、系統誤差が影響を及ぼさないように全体をできるだけ均一にしなければならない。しかし、現実には必ずしもそれが可能とは限らない。例えば、圃場実験では圃場のすべてにおいて地力、温度、水などを全く均等にするというわけには行かない。このような偏りや癖を持って現れる誤差を系統誤差を完全に除去することは不可能である。さらにすべての系統誤差の原因を把握することも不可能である。つまりいくら注意深い実験をしても、未知の系統誤差が潜んでいる可能性を排除することはできない。

実験配置を無作為に行うことによって、このような系統誤差を偶然誤差に転化させることを**無作為化**という。無作為化するには、さいころ、乱数サイ、乱数表、パソコンの乱数関数などが使える。どんな実験でも無作為化は基本である。

そば屋の例で無作為化を考えてみる。曜日によって、客数が違うことを知らないとしても、処理を無作為に（ランダムに）割り当てることによって、曜日による影響を偶然誤差（つまりさいころのせい）にすることができる。このようなくじびきあるいはさいころによって、曜日を割り当てる回数を増やしていけば、石臼挽きのそばもそうでないそばもそのうち均等に曜日が当たるようになる。

フィッシャーの三原則のうち、反復と無作為化を行ったものを完全無作為化法とよぶ（次回、学習する）。

③ 局所管理

実験の場全体を均一にはできなくても、その一部を均一にすることは可能である。反復数を増やして誤差を減らそうとすると、反復を増やした結果、実験全体を均一にできないためにかえって誤差が増える可能性がある。この場合、反復数を増やすときに各反復をその中の均一にした部分（かたまり、ブロック）に当てることで、系統誤差を除去することができる。

無作為化は実験の場にある系統誤差を偶然誤差にすることによって、測定の精度を高める方法であるが、局所管理はさらにそれより強力であり、実験の場にある系統誤差をブロックの差にすることによって、処理間差から消去することによって、測定の精度を高める方法である。

そば屋の例で無作為化を考えてみる。曜日によって、客数が違うことを知らないとしても、処理を無作為に（ランダムに）割り当てることによって、曜日による影響を偶然誤差（つまりさいころのせい）にすることができる。このようなくじびきあるいはさいころによって、曜日を割り当てる回数を増やしていけば、石臼挽きのそばもそうでないそばもそのうち均等に曜日が当たるようになる。

フィッシャーの三原則のうち、反復と無作為化、局所管理を行ったものを乱塊法とよぶ（次回、学習する）。

C. 宿題

宿題は <https://moodle.cerd.shimane-u.ac.jp/moodle/> をご覧ください。